$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

与转置有关的性质很容易涉及 **全局性**，什么意思呢？全局就是一个矩阵的所有行向量和所有列向量的集合，全局性就是某种性质放在这样的全局里依然成立。

其实消元的主题还远未结束，别忘了我 day2 提出的那个看上去有点蠢的问题。

不过也是时候推进新的主题了，剩下的就留待回顾解决吧。

首先是这样一个形式，它描述了整个消元过程（其中 U 是上三角矩阵，特别地，这里的消元没有行交换）

$$EA = U$$

然后 $A = E^{-1}U$ 就是所谓的 LU 分解了，为什么把 E^{-1} 叫做 L 呢，是因为 E^{-1} 必定是下三角矩阵（顺便，一堆下三角方阵的乘积也一定是下三角方阵），为什么E^{-1} 必定是下三角矩阵呢，因为我们之前限定了消元过程没有行变换，所以代表消元过程的矩阵 E_k 必然是对角线全为 1 的下三角矩阵！

那么不允许行交换对应用时的适用性有没有影响呢？当然没有，因为我们可以提前把该交换的都交换好。

另外，还需要了解课程中提到的置换群，对于让两行交换的矩阵求逆也是很简单的，它的逆就是它自身的转置！

了解了如何求交换矩阵的逆，我们就可以推广 LU 分解了。具体地，把所有行交换提前做好，也就是 $ETA = U$，所以我们有：

$$A = T^{-1}LU$$

（不用在意这个推广，这只是随便写的，实际上这个叫做 PLU 分解）

LU 分解的意义似乎就是算法意义上的一种预处理，多次求解拥有不同 b 的 $A\vec{x} = \vec{b}$.

但实际上它是更多算法的前置步骤。

看起来终于要到重头戏了，豪星芬。